**Лекция 1.**

**Предварительная обработка экспериментальных данных детерминированного эксперимента. Алгоритм корректного оформления результатов научных исследований и инженерных экспериментов**

Дисциплина «Основы моделирования» является основополагающей для построения математических моделей, планирования и проведения экспериментов, анализа экспериментальных данных и оптимизации исследуемого объекта.

Поведение какого-либо физического объекта или процесса, протекающего где-либо можно изучать путем наблюдения в естественных условиях. Например, провести тест-драйв автомобиля. Но чтобы определить его аэродинамические характеристики нужно либо описать уравнениями характеристики воздушного потока, либо провести измерения в аэродинамической трубе. В последнем случае несущественно может ли данный экземпляр ездить. Его можно изготовить хоть из гипса, важно только правильно воспроизвести форму.

Теперь будет логично определить, что понимать под термином модель.

Модель - материальный или абстрактный объект, который в процессе изучения заменяет реальный объект, но отражает при этом его важнейшие свойства.

Тогда моделирование определим как процесс создания модели и изучения реального объекта, проводимый не на самом объекте, а на его модели.

Развитие компьютерных технологий сделало возможным активное продвижение математических методов во все сферы деятельности человека. Необходимость обеспечить большой объем вычислений перестала быть основным сдерживающим фактором. В настоящее время применение численных методов не ограничивается только естественно-научными областями знания, но и активно востребовано в сфере, традиционно относимой к гуманитарной. Это - история, политика, экономика, психология и т.д.

В данном курсе мы сосредоточимся на технических системах поэтому под термином математическое моделирование будем понимать описание и изучение поведения технических систем при помощи математических уравнений, называемых математической модель

**Алгоритм корректного оформления результатов расчёта научных и инженерных экспериментов**

**1**. **Определение.** **Первая** (левая), самая большая по порядку величины цифра, отличная от 0, называется **первой** значащей цифрой заданного числа. Например, в числе 0,004567 – 1-ая значащаяся цифра «4», а в числе 567,258 – 1-ая значащаяся цифра «5». **Все** цифры после 1-ой значащей цифры являются значащими цифрами **(внимание – все, в том числе и нули !!!)**. Например, в числе 231400 – значащих цифр – 6; в числе 1,000 – значащих цифр – 4; в числе 0,00379 – значащих цифр – 3. В математической статистике числа 1,0; 1,000; 1,00000 – несут в себе разную информацию. Хотя все они равны между собою, но абсолютная погрешность у этих чисел – разная.

**2. Алгоритм округления произвольного параметра.** Известно, что любое число может быть представлено в виде бесконечной десятичной дроби (периодической или непериодической). Если **известна** цифра, до которой нужно округлить число, то при отбрасывании цифры, следующей за округляемой, равной 0, 1, 2, 3, 4, округляемая цифра остается без изменения; при отбрасывании цифры, следующей после округляемой и равной 5, 6, 7, 8, 9, округляемая цифра увеличивается на единицу. Проиллюстрируем это правило при округлении числа :

3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944..**.**

Как правило, в использовании чисел с такой точностью нет необходимости. Обычно для расчётов используются округлённые значения чисел. Например, 3,14, или 3,142, или 3,14159.

Если мы хотим округлить рассчитанный параметр, но цифра, до которой его следует округлить, **неизвестна,** то сначала необходимо рассчитать его абсолютную погрешность. Абсолютная погрешность содержит в себе необходимую информацию для округления рассчитанного параметра: первую значащую цифру и десятичный разряд, в котором она находится.

**3.** Если в результате обработки экспериментальных данных рассчитан некий параметр, то, априори неизвестно, до какой цифры целесообразно его округлить. Например, расчёт средней скорости велосипедиста *V*, если расстояние  м он проехал за время  с, даёт следующий результат

м/с.

На самом деле, и сейчас это будет показано, представленная запись рассчитанного параметра обладает избыточной точностью. Точность рассчитанного параметра  определяется не количеством написанных цифр, а количеством значащих цифр в его абсолютной погрешности. Убедимся, что рассчитанный параметр записан с избыточной точностью. Для этого рассчитаем его минимальное и максимальное значения. Мы не знаем, чему равно истинное значение времени, за которое велосипедист проехал свой путь. Знаем только, что  с. То же самое относится и к расстоянию: мы не знаем, какое расстояние проехал велосипедист. Знаем только, что  м. Поэтому

м/с.

.

Сравнивая между собою предельные значения средней скорости можно определить, что . Поэтому можно записать следующее неравенство



Проанализируем полученное выражение. Во-первых, нет смысла записывать абсолютную погрешность, например, до 5-ти и более значащих цифр, если уже её первая значащая цифра информирует нас о величине ошибки. Во-вторых, можно утверждать, что достоверно значащими цифрами в рассчитанном параметре  являют только первые две цифры – **12**. Третья и последующие цифры рассчитанного параметра  позволяют определить доверительный интервал, в котором может находиться истинное значение средней скорости велосипедиста. В силу неопределённости физических величин, от которых зависит значение средней скорости, её доверительный интервал, в силу того, что  и , может определяться одним из следующих выражений:

;

;

.

Округлённая абсолютная погрешность  (одна значащая цифра) отличается от «истинной»  на 30 %;  (две значащие цифры) – на 2 %,  (три значащие цифры) – на 0.3 %. Поэтому, в данном случае есть смысл в качестве абсолютной погрешности взять величину  с двумя значащими цифрами ( отличается от истинного значения  на 30 %, что является недопустимо большим;  отличается от истинного значения на 0,3 %, однако такая точность является избыточной, так как используемые приборы вряд ли смогут измерить расстояние ***L*** и время ***t*** c такой точностью).

Если в абсолютных погрешностях 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 сохранять только одну значащую цифру, то отличие округлённого значения абсолютной погрешности от истинного значения составит от 50 % до 10 %. Если в абсолютных погрешностях 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 сохранять только одну значащую цифру, то отличие округлённого значения абсолютной погрешности от истинного значения составит от 8,3 % до 5,6 %. Поэтому целесообразно в абсолютной погрешности, начинающейся с цифр 1, 2, 3, 4, 5, сохранять первые две значащие цифры, а с цифр 6,7,8,9 – только одну первую значащую цифру. Округление абсолютной погрешности по предложенному алгоритму для абсолютных погрешностей 0,10; 0,11; 0,12; 0,13; 0,14; 0,15; …; 0,54; 0,55; 0,56; 0,57; 0,58; 059 составит величину 5 % до 0,9 %; а для абсолютных погрешностей 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 составит величину от 8 % до 6 %.

**4. Алгоритм корректного оформления результатов расчёта.**

4.1. Начинать процедуру необходимо с корректного округления абсолютной погрешности:

 – если абсолютная погрешность  начинается с цифры 1, 2, 3, 4, 5 («лёгкие» цифры), то её следует округлить до первых двух значащих цифр;

 – если абсолютная погрешность начинается с цифры 6, 7, 8, 9 («тяжёлые цифры»), то её следует округлить только до одной первой значащей цифры;

4.2. После корректного округления абсолютной погрешности , рассчитанный параметр  следует округлить до того же десятичного разряда, которым оканчивается округлённое значение абсолютной погрешности, .

4.3. Округление  и  производится лишь в окончательном ответе. Все **предварительные** расчёты следует проводить минимум до 4-х значащих цифр (!!!).

4.4. Алгоритм округления относительной погрешности  такой же, как и алгоритм округления абсолютной погрешности .

Конечно, рассчитывать абсолютную погрешность  путём предварительного расчёта минимального и максимального значения параметра *Y*, трудоёмко. Гораздо проще, сначала рассчитать относительную погрешность по уравнению (16).

Для вышеприведённого примера (определение скорости велосипедиста ) значение относительной погрешности рассчитаем по уравнению (16) (пока минимум до 4-х значащих цифр, так как это пока **предварительное** значение !!!).

.

а потом рассчитаем абсолютную погрешность по уравнению (10), с учётом **алгоритма корректного оформления результатов расчёта**

.

**Внимание! Окончательная в**еличина абсолютной погрешности  округлена до 2-х значащих цифр, так она начинается с «лёгкой» цифры.

Таким образом, если в результате **предварительных** расчётов получено

 м/с,

то, применяя алгоритм корректного оформления результатов расчёта, запишем **окончательный** ответ

 м/с.

Следует отметить два «подводных камня» при использовании алгоритма корректном округления абсолютной погрешности:

а) абсолютную погрешность, например,  следует корректно округлить по п. 1.1 (до первых двух значащих цифр, так как  начинается с «лёгкой» цифры **5**, то есть . Однако после округления , её первая значащая цифра из «лёгкой» **5** превратилась в «тяжёлую» **6**. В этом случае  следует повторно округлить по п. 1.2 (только до одной первой значащей цифры, так как  стала начинаться с «тяжёлой» цифры **6**), то есть .

б) абсолютную погрешность  следует корректно округлить по п. 1.2 (только до одной значащей цифры, так как  начинается с «тяжёлой» цифры **9**), то есть . Однако после округления , её первая значащая цифра из «тяжёлой» **9** превратилась в «лёгкую» **1**. В этом случае  следует повторно округлить по п. 1.1 (до первых двух значащих цифр, так как  стала начинаться с «лёгкой» цифры 1), то есть .

Приведём несколько примеров корректной записи результатов расчёта:

а) 19,5687 ± 0,012357 → 19,5**69** ± 0,0**12**;

б) 4,3251 ± 0,196206 → 4,**33** ± 0,**20**;

в) 6,3555 ± 0,594200 → 6,**36** ± 0,**59**;

г) 6,3555 ± 0,59722 → 6,**36** ± 0,**60** → 6,**4** ± 0,**6**;

д) 4,355 ± 0,725006 → 4,**4** ± 0,**7**;

е) 54,325 ± 0,098544 → 54,**3** ± 0,**1** → 54,**33** ± 0,**10**;

ё) 1 931,62 ± 48,36382 → 1 9**32** ± **48**;

ж) 7 249,92 ± 592,3634 → 7 **25**0 ± **59**0;

з) 5 939.92 ± 598.3609 → 5 **94**0 ± **60**0 → 5 **9**00 ± **6**00;

и) 4 987 456,92 ± 8597,36470 → 4 98**7** 000 ± **9**000;

й) 5675,45640 ± 0,96056 → 567**5** ± **1** → 567**5**,**5** ±**1**,**0**;

к) 978 256 ± 98 432 → 1 **0**00 000 ± **1**00 000 →**98**0 000 ± **10**0 000;

л) 998 256 ± 95 555 → 1 **0**00 000 ± **1**00 000 → 1 **00**0 000 ± **10**0 000.

**NB!** В примерах г), з) «лёгкая» погрешность при повторном округлении переходит в «тяжёлую». В примерах е), й, к, л) «тяжёлая» погрешность при повторном округлении переходит в «лёгкую».